

Transformations géométriques : Dans l'aquarium

Degrés	5H, 6H	Sujet mathématique	Transformations géométriques (isométries)
Plan de leçon réalisé par le groupe LSM : Alexandra Weber, Emilie Baud, Kathrin Baetschmann, Micael Chevalley, Olga Molina, Véronique Reichen, Virginie Florey (EP Floréal, Lausanne), Martine Zbinden (EP Pully-Paudex-Belmont), Anne Clerc, Stéphane Clivaz (HEP Vaud).			

Table des matières

Table des matières.....	1
Plan d'Études Romand.....	1
Dans l'aquarium (fiche prof).....	2
Contenu mathématique.....	2
Matériel.....	2
Gestion.....	2
Difficultés des élèves.....	3
Apprentissages des élèves.....	4
Limites et points d'attention.....	4
Suite, prolongements.....	4
Commentaires (développement de la fiche prof).....	5
Construction de la leçon.....	5
Gestion de l'activité.....	5
La connaissance mathématique visée.....	5
Références.....	6
Annexes.....	7

Plan d'Études Romand

Les thématiques de la géométrie peuvent être répartis de la façon suivante :

- le repérage
- les figures géométriques
- les transformations géométriques
- (les grandeurs et mesures)

La leçon s'inscrit dans le domaine des isométries, c'est à dire des transformations géométriques qui conservent les mesures.

Du point de vue du plan d'étude, le PER donne notamment les éléments suivants :

MSN21 Poser et résoudre des problèmes pour structurer le plan et l'espace

Transformations géométriques :

Observation des principales propriétés (variants et invariants) des isométries (5-6H), en effectuant des isométries et en décrivant des déplacements à l'aide d'isométries

Reconnaissance, description et dénomination des isométries (translation, symétrie axiale, rotation) (7-8H)

Reproduction d'une figure plane par translation ou par symétrie axiale au moyen de matériel (papier-calque, papier à réseau, ciseaux, miroir,...)

Dans l'aquarium (fiche prof)

La tâche *Aquarium* est proposée dans les moyens d'enseignement COROME 6H (4P). La mise en œuvre proposée ici résulte d'une adaptation de la tâche d'origine.

Contenu mathématique

- Transformations géométriques
- Isométries
- Translation
- Symétrie axiale
- Rotation

Matériel

Fiche élève *Dans l'aquarium* (Annexe 3) avec le poisson de départ déjà dessiné.

Des fiches "poissons" à disposition pour découpage (Annexe 5, sur demande ou alors proposé comme relance)

- Papier calque avec poisson dessiné (celui-ci permet de décalquer le poisson face ou pile et de favoriser ainsi la production de poissons résultants d'une symétrie axiale)
- Papier, crayons
- Ciseaux
- Règles

Gestion

La leçon est mise en œuvre en deux temps :

- 1) les élèves produisent des figures résultant de transformations de natures différentes ; l'objectif est la reproduction isométrique d'un poisson dans différentes positions
- 2) mise en commun et catégorisation des différents types de transformations isométriques ; l'objectif est la reconnaissance des différentes isométries (symétrie axiale, translation, rotation)

1) première partie de la leçon (une période) : production individuelle de poissons dans différentes positions

L'objectif de cette première partie de la leçon est que les élèves reproduisent un maximum de poissons dans différentes positions. Ainsi :

- La fiche pour dessiner les poissons est distribuée avec un poisson-modèle déjà dessiné.
- L'enseignant veille à proposer de l'aide aux élèves pour favoriser la production de poissons dans différentes positions.

Consigne : Dessine le poisson plusieurs fois dans le quadrillage. Chaque poisson doit être dans une position différente.

Avec la consigne, l'enseignant projette l'exemple (annexe 2) au rétro (mais avec un autre poisson que celui retenu pour la tâche).

L'exemple reste projeté durant toute la leçon.

Dévolution de la tâche :

Pendant que les élèves dessinent des poissons issus de diverses transformations géométriques, l'enseignant :

- observe
 - comment ils s'y prennent
 - quelles transformations sont mises en œuvre
 - quelles difficultés rencontrent les élèves
 - à quels obstacles ils sont confrontés (si ça bloque et pourquoi)
- Relance les élèves, si nécessaire
 - explicite la « marche à suivre » pour dessiner le « même » poisson dans une position différente (compter les carrés vers le haut, vers le bas, ...)
 - propose un papier calque avec le poisson-modèle aux élèves qui n'arrivent pas à dessiner des poissons pour permettre de décalquer à la fenêtre y compris en

- renversant le modèle (le décalquage permet de concrétiser la propriété des isométries : mêmes mesures, superposables)
- autorise certains élèves à aller voir ce qu'ont fait d'autres élèves.

2) deuxième partie de la leçon (une période) : catégorisation et reconnaissance des différentes transformations isométriques

Dans l'intervalle entre les deux parties de la leçon, l'enseignant analyse les productions des élèves et choisit celles qui lui permettront de construire la mise en commun (les productions contenant une isométrie particulière ou plusieurs isométries).

Certaines productions effectuées par les élèves lors de la séance précédente sont photocopiées sur transparent par l'enseignant pour pouvoir être projetées lors de la mise en commun.

Mise en commun :

- L'enseignant projette un transparent de la grille et du poisson de départ (Annexe 2). Il a à sa disposition un papier calque avec un poisson-modèle pour faciliter l'identification du mouvement (déplacement du plan) qui a conduit du poisson initial au poisson dessiné après transformation géométrique.
- L'élève qui a produit les poissons est invité à décrire ce qu'il a effectué pour dessiner un poisson.
- L'enseignant poursuit avec d'autres productions jusqu'à permettre aux élèves d'identifier les trois isométries : symétrie axiale, translation, rotation.

Le but est d'amener les élèves à identifier les différentes transformations géométriques proposées.

Les isométries sont désignées par leur nom.

Catégorisation des isométries :

Les élèves sont invités à reprendre leurs productions et à repérer dans leurs productions les transformations produites :

- Parmi ces transformations, lesquelles aviez-vous faites ?
- Notez, sur une flèche entre deux poissons, les transformations identifiées (S – T – R)

Ils ont à disposition un poisson-modèle sur papier calque pour analyser les transformations présentes dans leurs productions.

Institutionnalisation :

Sur un support collectif (le tableau noir), avec l'exemple du F (voir la fiche *Isométries* en annexe), l'enseignante écrit et dessine un ou deux exemples pour chaque type de transformation. Les éléments suivants font l'objet d'une institutionnalisation :

- Les mesures sont conservées / les figures sont superposables
- 3 types d'isométries
 - Symétrie axiale
 - Rotation
 - Translation

Une fiche individuelle reprenant ce qui est exposé au tableau noir sera distribuée lors de la leçon suivante (annexe 4). Cette fiche *Isométries* propose volontairement deux exemples différents pour chaque isométrie : un exemple correspondant à une représentation commune et un autre exemple.

L'élément de la progression des apprentissages *Reconnaissance, description et dénomination des isométries* n'apparaît qu'en 7H dans le PER. Il ne s'agit donc pas de faire apprendre par cœur ces termes, d'entraîner la reconnaissance et de l'évaluer, mais bien de permettre aux élèves de nommer ces transformations lors des activités dans lesquelles elles sont travaillées.

Difficultés des élèves

Certains élèves attachent souvent trop d'importance à la précision de leur dessin au détriment de la production de nombreux poissons dans différentes positions.

Les élèves confondent :

- une figure qui a un axe de symétrie.
- une figure qui est l'image par symétrie axiale d'une autre figure.

Apprentissages des élèves

Les élèves apprennent à reconnaître et à nommer les transformations géométriques entre deux figures isométriques.

Limites et points d'attention

- La leçon est proposée sur deux moments différents. Un des objectifs de cette séparation est de permettre à l'enseignant d'analyser les productions des élèves et ainsi de préparer la mise en commun (choix des productions à projeter, photocopies sur transparent de ces productions...). Cette préparation permet une réelle efficacité de la mise en commun.
- La leçon proposée se focalise sur l'observation et la distinction des types d'isométries. Les questions de repérage (dans le quadrillage), de production d'isométries (et de précision) sont présentes mais sont secondaires. Il ne faut donc pas que les questions de précision empêchent les élèves de travailler sur l'observation des isométries.
- Cette version de *Aquarium* se distingue de l'original (voir *Commentaires*). Elle permet en particulier de travailler avec toute la classe et d'avoir un apport du moment collectif lors de la mise en commun qui est ici le moment central de la leçon.

Suite, prolongements

La leçon *Dans l'aquarium* peut intervenir soit :

- dès le début de la 5H, pour l'introduction aux différentes isométries
- jusqu'en fin de 6H, pour une synthèse des différentes isométries expérimentées durant l'année

Pour prolonger l'activité :

- identifier des isométries entre deux figures proposées par l'enseignant
- Si *Dans l'aquarium* est proposée comme introduction aux isométries, les autres tâches des manuels COROME consacrées aux isométries serviront de prolongement. Par exemple
 - Les copines de Caroline (5H)
 - En avion (5H)
 - Plier, couper (5H)
 - Des petits trous (5H)
 - Tétrabolos (5H)
 - Avatars (6H)
 - Bzz l'abeille (6H)
 - Recto verso (6H)
 - Usine de catelles (6H)

Ces tâches peuvent alors être l'occasion de nommer les isométries observées.

- Il faut en revanche éviter de considérer certaines activités de reproduction dans un quadrillage comme des activités traitant de transformations géométriques (par exemple *En bateau* (5H), *Cabanon* (5H), *Anémone* (5H), et surtout *Une ombre au tableau* (6H)). Si la transformation géométrique n'est pas mise en avant, le fait de reproduire une figure peut relever essentiellement du repérage dans le quadrillage (sans perception de la transformation, du « mouvement » entre les deux figures).

Commentaires (développement de la fiche prof)

Construction de la leçon

À partir de la tâche proposée par les moyens d'enseignement, nous avons décidé les modifications suivantes :

- le poisson B est imposé (le choix du poisson ralenti inutilement la production de poissons dans des positions différentes)
- la fiche de travail de l'élève est préparée par l'enseignant, avec le poisson déjà dessiné et sur un quadrillage plus grand que celui prévu par le manuel COROME.

Gestion de l'activité :

L'analyse des productions d'élèves entre les deux parties de la leçon permet à l'enseignant d'organiser la mise en commun : identification d'une première transformation isométrique, puis d'une deuxième, d'une troisième ; comparaison entre les différentes transformations isométriques.

L'utilisation du poisson-modèle sur papier calque permet de visualiser le mouvement à effectuer entre deux figures.

La connaissance mathématique visée

Les transformations géométriques parmi les connaissances géométriques

Les connaissances géométriques travaillées à l'école primaire sont souvent regroupées en plusieurs thèmes par les plans d'études ou les manuels :

- le repérage
- les figures géométriques
- les transformations géométriques
- les grandeurs et mesures (ce thème faisant le lien entre le domaine géométrique et le domaine numérique).

Les liens entre ces chapitres sont essentiels. Il n'est toutefois pas possible de traiter ces notions simultanément. Cette tension constitue une des difficultés de la planification de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire.

En ce qui concerne les transformations géométriques, une tâche les concernant pourra faire appel à des éléments de repérage (reproduction d'une figure dans un quadrillage par exemple), à des notions de figures géométriques (présence d'axe de symétrie, parallélisme, ...) ou à la notion de mesures (qui sont conservées par une isométrie).

Il est donc utile pour l'enseignant de déterminer la connaissance mathématique que la tâche permet de travailler, ou, dit d'une autre manière, de choisir une tâche permettant de travailler une notion mathématique donnée. Ce choix permet de mettre en évidence les aspects essentiels et de faire des liens avec les notions secondaires dans cette tâche. *Dans l'aquarium* permet ainsi de mettre l'accent sur la reconnaissance des isométries en s'appuyant sur le repérage dans un quadrillage (mais sans insister sur ce point) et de mettre en évidence la caractéristique des isométries de "superposabilité" des figures et de conservation des mesures sans que ces notions ne soient détaillées.

Les transformations géométriques au cours de la scolarité

L'étude des transformations géométriques traverse toute la scolarité obligatoire. Dans le Plan d'Études Romand, leur découverte débute en 1H et se poursuit jusqu'en 11H. La progression dans cette étude permet de partir de la manipulation et de l'observation, de reconnaître, d'effectuer des transformations géométriques en utilisant du matériel ou des instruments de géométrie et d'étudier les propriétés de ces transformations. Le développement de cet apprentissage accompagne celui du passage des connaissances spatiales perceptives de l'élève à une géométrie du dessin puis à une géométrie basée sur le raisonnement.

Quelques difficultés liées aux transformations géométriques

La notion de transformation géométrique est difficile à appréhender, car la transformation a un aspect de mouvement. Une translation par exemple n'est ni la figure de départ ni la figure d'arrivée, mais bien ce qui transforme l'une en l'autre. Il est ainsi difficile de la représenter sur le

papier (on le fait avec une flèche ou, plus tard, avec un vecteur) ou, comme dans *l'aquarium*, avec le mouvement du papier calque.

La symétrie axiale joue un rôle particulier pour plusieurs raisons. Tout d'abord on parle de figure symétrique (ou possédant un axe de symétrie) pour une figure invariante par symétrie de cet axe. L'aspect dynamique disparaît en quelque sorte et on ne considère plus qu'une figure. La confusion de vocabulaire entre "symétrie axiale" et "axe de symétrie" est fréquente et doit être évitée par l'enseignant.

La symétrie axiale est la seule transformation géométrique qui change l'orientation des figures (si les points d'une figure sont nommés dans le sens des aiguilles d'une montre, les points de la figure symétrique sont nommés dans le sens inverse). De plus en faisant deux symétries axiales, on n'obtient pas une symétrie axiale, mais une translation (si les axes sont parallèles) ou une rotation (si les axes se coupent). Les recherches montrent qu'effectuer des symétries axiales pose de nombreux problèmes aux élèves (voir par exemple Grenier, 1985)

Par ailleurs, une transformation géométrique est bien une transformation de tout le plan. Ce n'est pas seulement une figure qui subit, par exemple, une translation, mais bien tout le plan, chaque point du plan. Cet aspect est masqué dans les tâches où plusieurs transformations sont effectuées sur la même feuille, ce qui est le cas ici. On n'insistera donc pas sur cet aspect, mais il a été pris en compte dans l'institutionnalisation où une seule figure est présente pour chaque transformation.

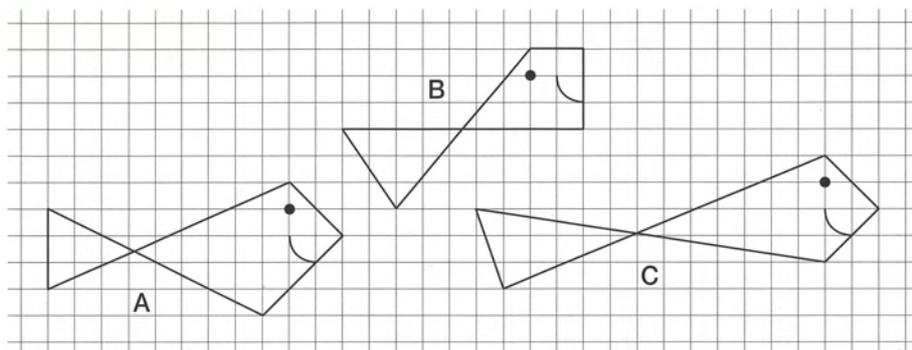
Références

- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1994). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39-56.
- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N*, 65, 37-59.
- Brousseau, G. (2001). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. In C. Université de (Ed.), *Actes du 2ième Colloquium en didactique des mathématiques. Département de l'éducation Université de Crète* (pp. 67-83), dans <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00515110>
- Chaachoua, Y. (2007). Apprentissage de la symétrie orthogonale en fin de cycle 3 à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. *Grand N*, 79, 61-83.
- CIIP. (2011-2014). Plan d'études romand, PER, <http://www.plandetudes.ch>
- Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C. & Villars-Kneubühler, F. (1999). *Mathématiques 4ème année: Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel: COROME.
- Grenier, D. (1985). Quelques aspects de la symétrie orthogonale pour des élèves de classes de 4ème et 3ème. *Petit X*, 7, 57-69.
- Grenier, D. (1990). Construction et étude d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale: éléments d'analyse du fonctionnement de la théorie de situations. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(1), 5-59.
- Houdement, C. (2007). A la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *REPÈRES-IREM*.
- Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C. & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? *Repères IREM*, 90, 5-41.

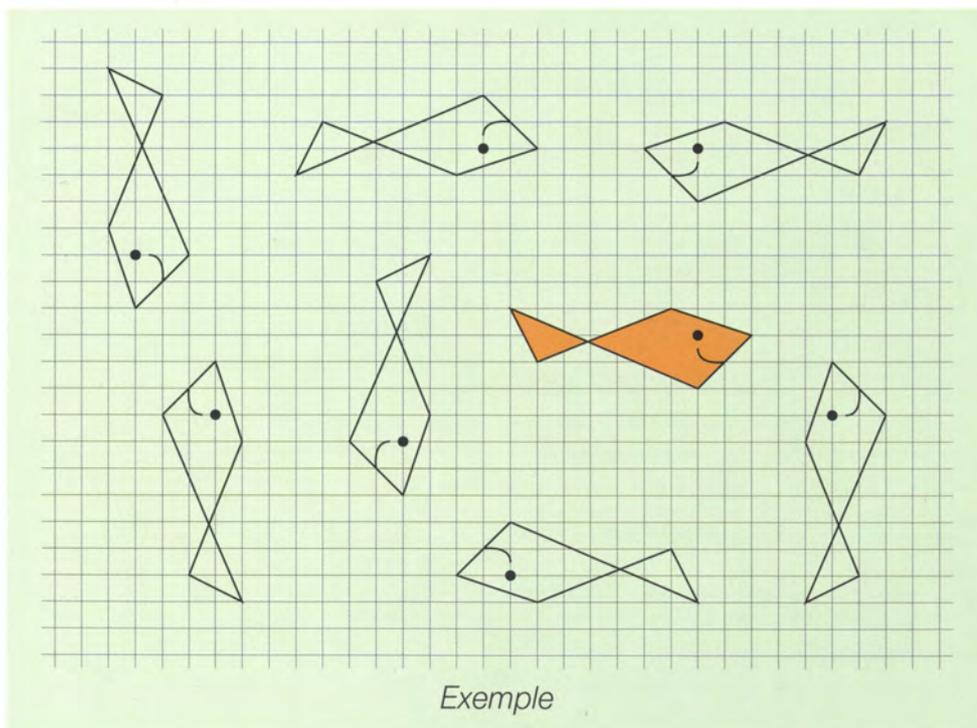
Annexes

1. Tâche de départ : Aquarium, Mathématiques 4P (6H), COROME
2. exemple à projeter lors de la consigne « partie 1 »
3. fiche élève
4. fiche « institutionnalisation »
5. fiche avec poissons à découper

Aquarium

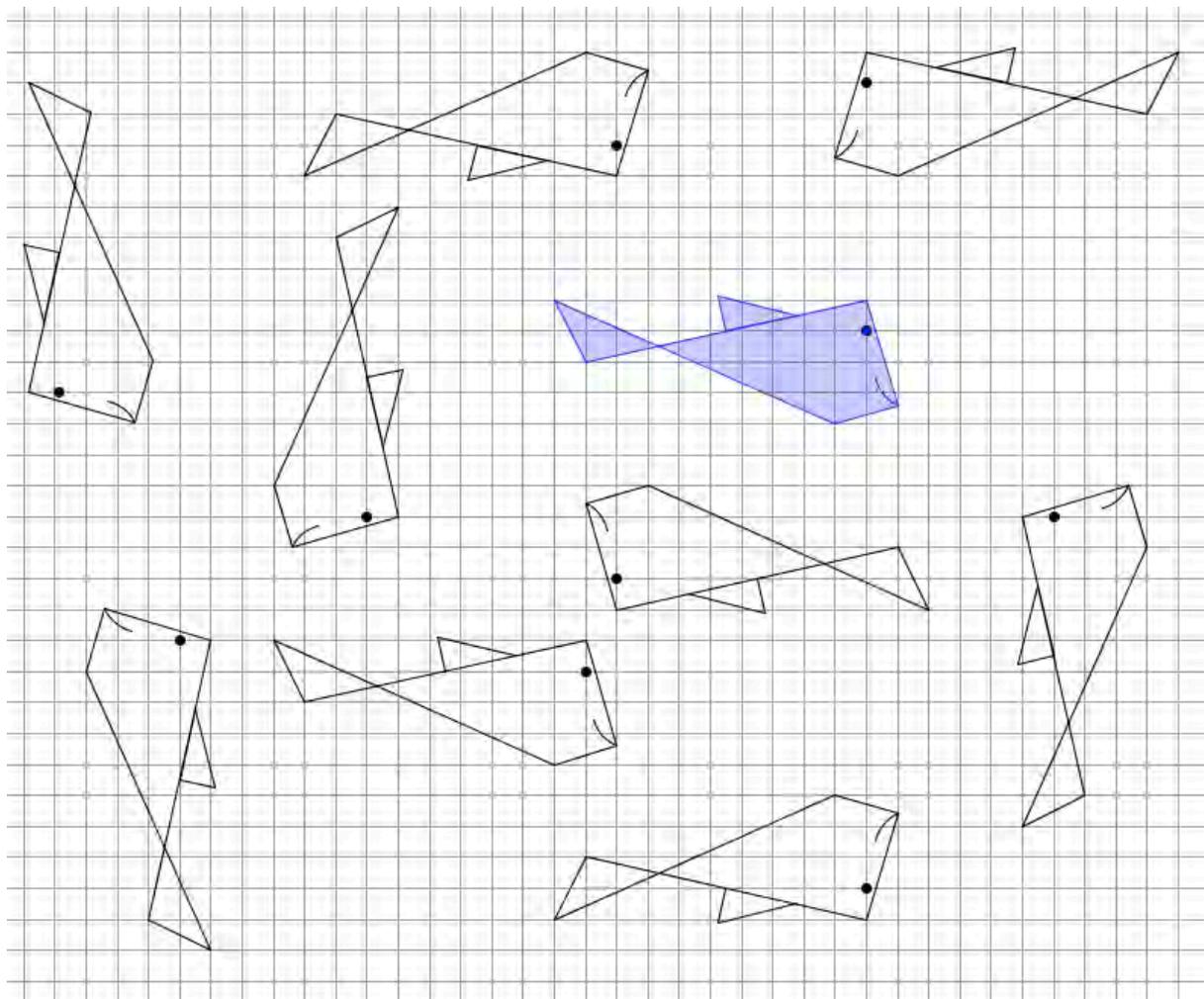


Choisis un poisson modèle (A, B ou C) et dessine-le plusieurs fois sur du papier quadrillé. Comme dans l'exemple, chaque poisson doit être placé dans une position différente.



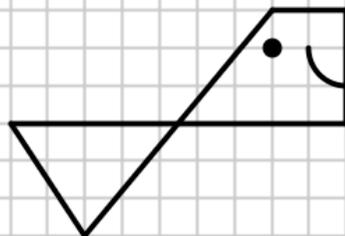
Dans l'aquarium

Exemple :



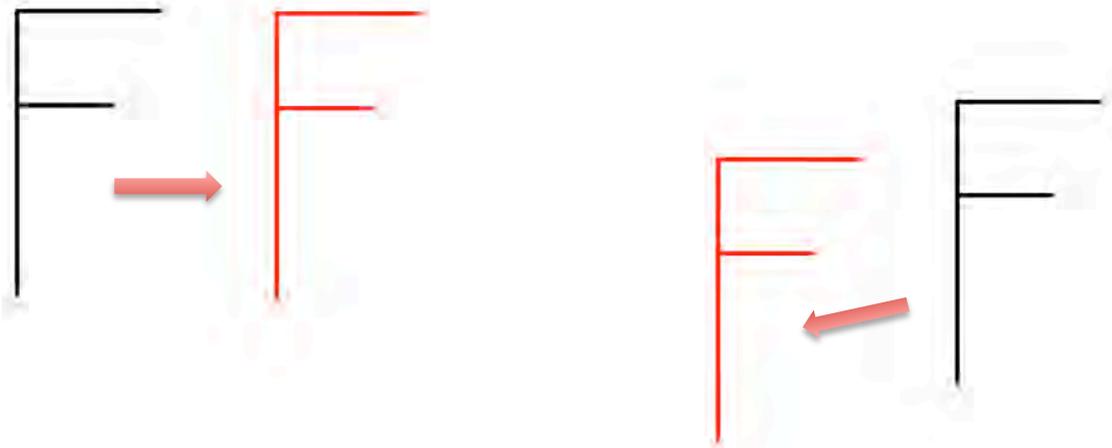
Dans l'aquarium

Dessine le poisson plusieurs fois dans le quadrillage.
Comme dans l'exemple affiché, chaque poisson doit être placé différemment.



Isométries

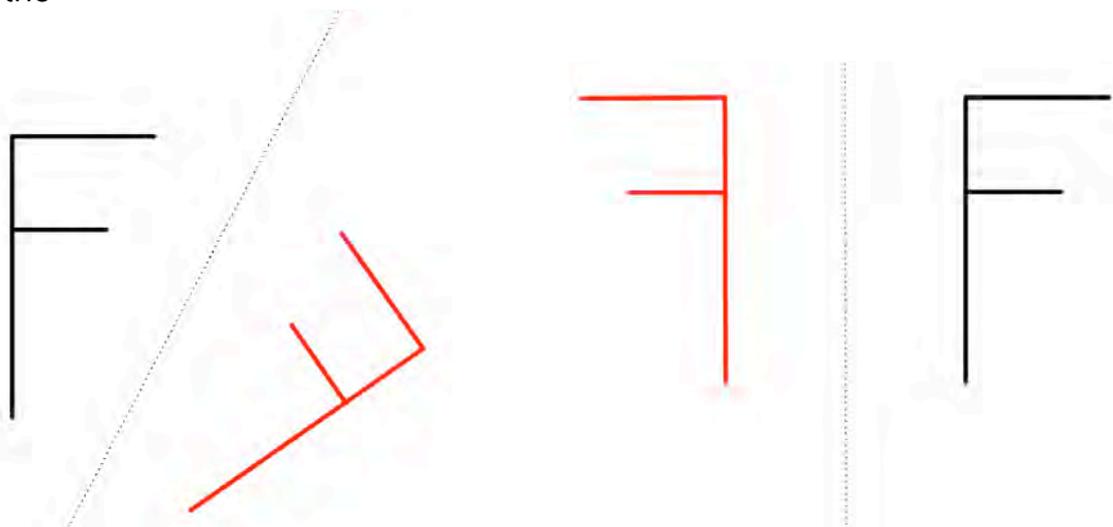
Translation



Rotation



Symétrie



Les mesures sont conservées.
Les figures sont superposables.

