

Numération décimale : Jeu de la toupie

Degrés	5H, 6H	Sujet mathématique	Numération, échanges
Plan de leçon réalisé par le groupe LSM : Alexandra Weber, Emilie Baud, Kathrin Baetschmann, Micael Chevalley, Olga Molina, Véronique Reichen, Virginie Florey (EP Floréal, Lausanne), Martine Zbinden (EP Pully-Paudex-Belmont), Anne Clerc, Stéphane Clivaz (HEP Vaud).			

Table des matières

Table des matières.....	1
Plan d'Études Romand	1
Jeu de la toupie (fiche prof)	2
Contenu mathématique	2
Matériel.....	2
Gestion	2
Difficultés des élèves.....	2
Apprentissages des élèves	2
Limites et points d'attention	3
Suite, prolongements.....	3
Commentaires (développement de la fiche prof)	4
Construction de la leçon	4
Gestion de l'activité :.....	4
Connaissance mathématique visée.....	4
Références.....	5
Annexes.....	6

Plan d'Études Romand

La leçon concerne un aspect particulier de la numération décimale de position : les échanges de 10 éléments (unités, dizaines...) contre 1 élément d'ordre supérieur (dizaine, centaine...) et réciproquement. Quelques points d'analyse mathématique figurent en p. 4.

Du point de vue du plan d'étude, le PER donne les éléments suivants à ce sujet :

MSN 12 — Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres naturels...

(3)...en passant de l'énonciation orale du nombre à son écriture chiffrée et inversement

3H-4H

- Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée, et inversement (3)
- Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à sa décomposition en unités et dizaines, et inversement (3)

MSN 22 — Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels...

(1) ...en passant de l'énonciation (orale ou écrite) du nombre à son écriture chiffrée et inversement

(5) ...en utilisant des propriétés des nombres entiers

5H-6H

- Extraction du nombre entier de dizaines, centaines ou milliers d'un nombre (5)
- Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à sa décomposition en unités, dizaines, centaines, milliers et inversement (1, 5)
- Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée et inversement (1)

7H-8H

- Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à sa décomposition en unités, dizaines, centaines, ..., dixièmes, centièmes, millièmes et inversement (1, 5)
- Passage du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée et inversement (nombres ayant au plus 3 décimales) (1)

Indication pédagogique

- L'écriture des grands nombres peut être révélatrice du manque de maîtrise du système de numération de position : on verra alors des écritures telles que «3'000'000'15» pour trois millions quinze

Jeu de la toupie (fiche prof)

Contenu mathématique

- Décomposition et recomposition du nombre en unités, dizaines et centaines
- Système décimal
- Addition

Matériel

- Règles du jeu (Fiche élève, Annexe)
- Plateau de jeu (Annexe)
- Cartes à découper et à plastifier : 80 cartes unités, 80 cartes dizaines, 20 cartes centaines (Annexe)
- 3 bacs pour placer les cartes

Gestion

Intro : l'enseignant explique les règles par petits groupes ou à toute la classe. Il est recommandé d'effectuer un début de partie, fictive ou réelle, avec des élèves devant toute la classe.

Après les avoir laissé jouer un moment, faire un rappel sur les règles d'échanges :

1 centaine = 10 dizaines

1 dizaine = 10 unités¹

L'enseignant décide de la fin du jeu en fonction de ses observations. Les élèves doivent compter leur nombre de points.

Suggestion : demander aux élèves de faire un dernier échange afin d'avoir le moins de cartes possible pour pouvoir comparer leurs scores plus rapidement.

Une mise en commun sur les règles d'échange (voir ci-dessus) peut être utile. Dans tous les cas, il est nécessaire de reprendre le jeu à plusieurs reprises afin de s'entraîner et de prolonger ce jeu avec des tâches d'échange portant sur les nombres (voir rubrique *Suite* ci-dessous).

Difficultés des élèves

Hormis celles inhérentes à l'appropriation des règles d'un nouveau jeu, ainsi que le fait de résister à l'envie de « rendre la monnaie », les principales difficultés engendrées par le jeu sont liées à la question des échanges.

Échanges d'un point de vue mathématique

- Transformer directement des centaines en dizaines (voir *commentaires* p. 4)

Échanges dans le jeu

- Garantir l'égalité (les élèves ont tendance à échanger une carte contre une autre qui n'a pas la même valeur, 1u contre 1c par ex.)

Valeur des cartes lors du décompte final (certains élèves comptent le nombre de cartes au lieu du nombre de points et passent ainsi à côté de la notion essentielle du jeu).

Apprentissages des élèves

Les élèves apprennent à effectuer des échanges et à donner du sens à ces échanges d'un point de vue mathématique : il n'y a que ça dans le jeu et cela permet donc aux élèves de se concentrer sur ce point.

Le fait de se concentrer sur les échanges (aspect décimal du système de numération) indépendamment de la numération de position permet de travailler cet aspect, fondateur d'apprentissages ultérieurs, et qui, souvent laissé de côté, devient une source de difficultés dans la poursuite des apprentissages mathématiques (voir *commentaires* p. 4)

¹ Dans le jeu, l'échange 1 centaine = 100 unités, n'est pas possible. De plus il n'est pas noté, car il ne correspond pas directement à la règle d'échange.

Limites et points d'attention

- Éviter de parler d'argent aux élèves afin qu'ils fassent bien des échanges et ne rendent pas les différences.
- Comment s'assurer que les échanges soient corrects : l'enseignant ne peut contrôler tout ce qui se passe dans une partie si l'entier de la classe joue.
Conseil : il nous semble indispensable de proposer d'autres exercices individuels pour vérifier les acquis et les limites des élèves (voire ci-dessous)

Suite, prolongements

Continuer à entraîner les échanges avec les nombres de 0 à 10000 et ne pas utiliser uniquement le chiffre 1 (1 centaine, 1 dizaine et 1 unité).

Exemples :

- Combien y a-t-il de dizaines dans 273 ? (27)
- Combien y a-t-il d'unités dans 273 ? (273)
- Quel est le nombre formé de 3 centaines et 17 unités ?
- Quel est le nombre formé de 44 dizaines et 2 unités ?
- 34 dizaines = ... unités
- 3 centaines = ... dizaines = ... unités
- Combien de centaines faut-il ajouter à 3 centaines pour faire 500 ?
- Combien faut-il ajouter à 57 centaines pour faire 6 milliers ?

Voir aussi :

http://numerationdecimale.free.fr/index.php?option=com_content&view=article&id=127&Itemid=142#conversions

Suite des apprentissages :

Le travail sur les échanges favorise la compréhension des algorithmes en colonnes de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.

A l'inverse, le travail sur les algorithmes renforce la compréhension du système de numération.

La maîtrise de ces échanges va permettre également d'améliorer les techniques de calcul réfléchi.

Exemples :

- Additionner 9 en additionnant 10 et en retranchant 1
- Soustraction par compensation : $143 - 74 = (143 - 80) + 6$
- Additions de dizaines, centaines... : $6812 + 500 = \dots$
Il faut voir dans 6812 les 68 centaines. On peut alors ajouter les 5 centaines de 500, soit 73 centaines, ce qui s'écrit 7312 (car $73C = 7M + 3C$).
- Multiplication par 10, 100... : $54 \times 100 = \dots$
Ce calcul revient à faire des conversions entre unités. Par exemple, calculer 54×100 c'est chercher combien d'unités on a avec 54 centaines. Le fait d'écrire deux zéros à droite peut ainsi être expliqué.

Commentaires (développement de la fiche prof)

Construction de la leçon

Le point de départ était un « jeu de l'oie » (tiré de Cap Maths, voir *Références*) que nous avons transformé sur les points suivants :

- Nous avons choisi de rendre le jeu circulaire pour éviter que le but « arriver le premier » ne l'emporte sur les enjeux mathématiques (faire des échanges).
- Le nombre d'unités dans la réserve a été augmenté pour ne pas limiter les possibilités d'échanges.
- Le mot « réserve » a été préféré au mot « banque ». En effet, quand les élèves parlent d'argent, ils procèdent comme au magasin et se rendent la différence de points (*je te dois 7, je te donne 10 et tu me rends 3*) plutôt que d'effectuer un échange (*je n'ai pas assez d'unité pour donner 7, j'échange 1 dizaine contre 10 unités et je t'en donne 7*). De plus, les élèves prêtent volontiers « de l'argent ». Pour rappel, on travaille avec des unités, des dizaines et des centaines, et non avec des francs !

Gestion de l'activité :

Lors des leçons testées, nous avons constaté les points suivants :

- Difficultés de gérer toute la classe en même temps et de vérifier ce qui se passe dans les groupes.
- Veiller à ce que toutes les règles soient respectées, en particulier en ce qui concerne les échanges.
- Veiller à ce qu'un seul élève ne se charge pas de faire le travail de tout le groupe (échanges, calculs, gestion des cartes, comptage des cartes à la fin, etc.)
- Encourager les élèves à valider les échanges de leurs camarades sans qu'ils donnent les réponses ou fassent à leur place. Ils sont vite tentés de laisser passer des erreurs au profit de l'avancée du jeu. Les élèves sont très, très tolérants !!!!
- Nous avons constaté de nombreuses erreurs lors des échanges, ce jeu permet de déterminer quels élèves ne maîtrisent pas encore complètement ces échanges.
- Lors du comptage final, il est difficile pour l'enseignant de valider les réponses et de détecter les éventuelles erreurs. Toutefois, le fait d'éviter les erreurs « occasionnelles » n'est pas prioritaire. De telles erreurs peuvent ici être ignorées.

Connaissance mathématique visée

Notre numération décimale de position comporte deux aspects principaux.

- L'aspect positionnel (dans 3264, le 3 représente 3 milliers car il est en 4^e position (en partant de la droite), le 2 représente 2 centaines ..., etc.) est beaucoup travaillé en classe et pose généralement peu de difficultés en 5-6H.
- L'aspect décimal (dix unités, c'est une dizaine, dix dizaines, c'est une centaine) est en revanche peu travaillé (à part au début du travail sur la numération) et les études montrent que c'est cet aspect qui pose le plus de difficulté aux élèves de 10 ans (voir l'article de Tempier, 2010 ou des exemples sur http://numerationdecimale.free.fr/index.php?option=com_content&view=article&id=133&Itemid=148).

Souvent d'ailleurs, les échanges ne sont plus vraiment effectués et on passe par le nombre. Par exemple, si on demande d'échange 12 centaines en dizaines, beaucoup d'élèves (et d'adultes) vont passer par le nombre 1200, c'est à dire 1200 unités, pour dire que cela donnera 120 dizaines, sans parvenir à faire directement l'échange. C'est également de cette manière que souvent les enseignants expliquent cet échange à leurs élèves. Dans ce cas, nous sommes dans un cercle vicieux, puisque cela signifie qu'il faut avoir compris le système de numération pour comprendre les échanges ! Ainsi, certains élèves ne comprennent jamais vraiment le système de numération. Ces difficultés apparaissent aussi par exemple quand on demande quel est le nombre formé de 44 dizaines et 2 unités.

Ce jeu ne vise pas à introduire les échanges, mais bien à les pratiquer. Les élèves ont auparavant, par exemple, besoin de manipuler du matériel (blocs MCDU orange ...) afin de pouvoir se représenter ces échanges (1 barre = 10 unités, 1 plaque = 10 dizaines).

Références

- Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. & Madier, P. (2007a). *Cap Maths CE2, Guide de l'enseignant*. Paris: Hatier.
- Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D. & Madier, P. (2007b). *Cap Maths CE2, Manuel de l'élève*. Paris: Hatier.
- CIIP. (2011-2014). Plan d'études romand, PER, <http://www.plandetudes.ch>
- Margolinas, C. & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle*: De Boeck.
- Tempier, F. *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Université Paris-Diderot - Paris VII. Consulté le 23 juin 2014, dans <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00921691>
- Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, 86, 59-90.

Annexes

- Règles du jeu (fiche élève)
- Plateau de jeu (à photocopier sur page A3)
- Cartes (à photocopier sur page A3) à découper et à plastifier

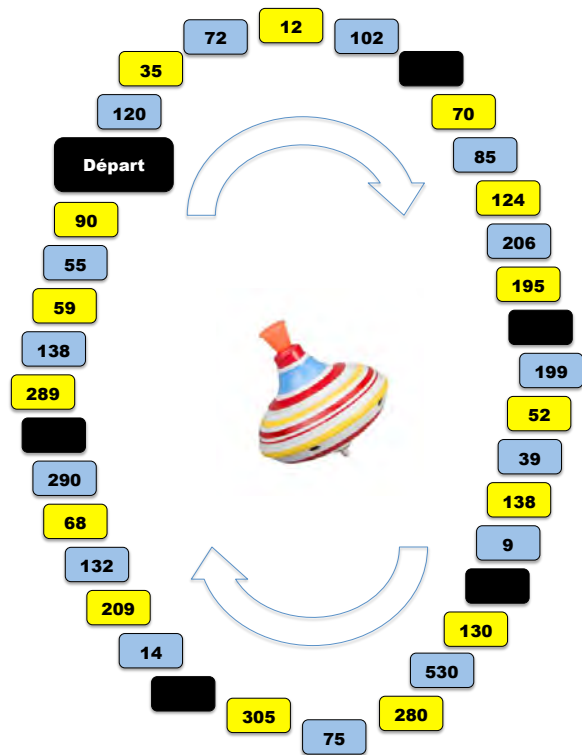
Jeu de la toupie

Matériel : 1 plan de jeu, 1 dé, 1 pion par joueur,
1 sachet d'unités, 1 sachet de dizaines,
1 sachet de centaines

Au départ, chaque joueur prend

- 3 cartes «1 unité»
- 3 cartes «1 dizaine»
- 4 cartes «1 centaine»

Les pions sont sur la case départ.



Jouer

Le premier joueur lance le dé. Il avance son pion du nombre de points indiqué.

Si le pion arrive sur :



Le joueur doit donner au joueur suivant (à sa gauche) exactement le nombre de points indiqué dans la case.



Le joueur doit donner au joueur précédent (à sa droite) exactement le nombre de points indiqué dans la case.

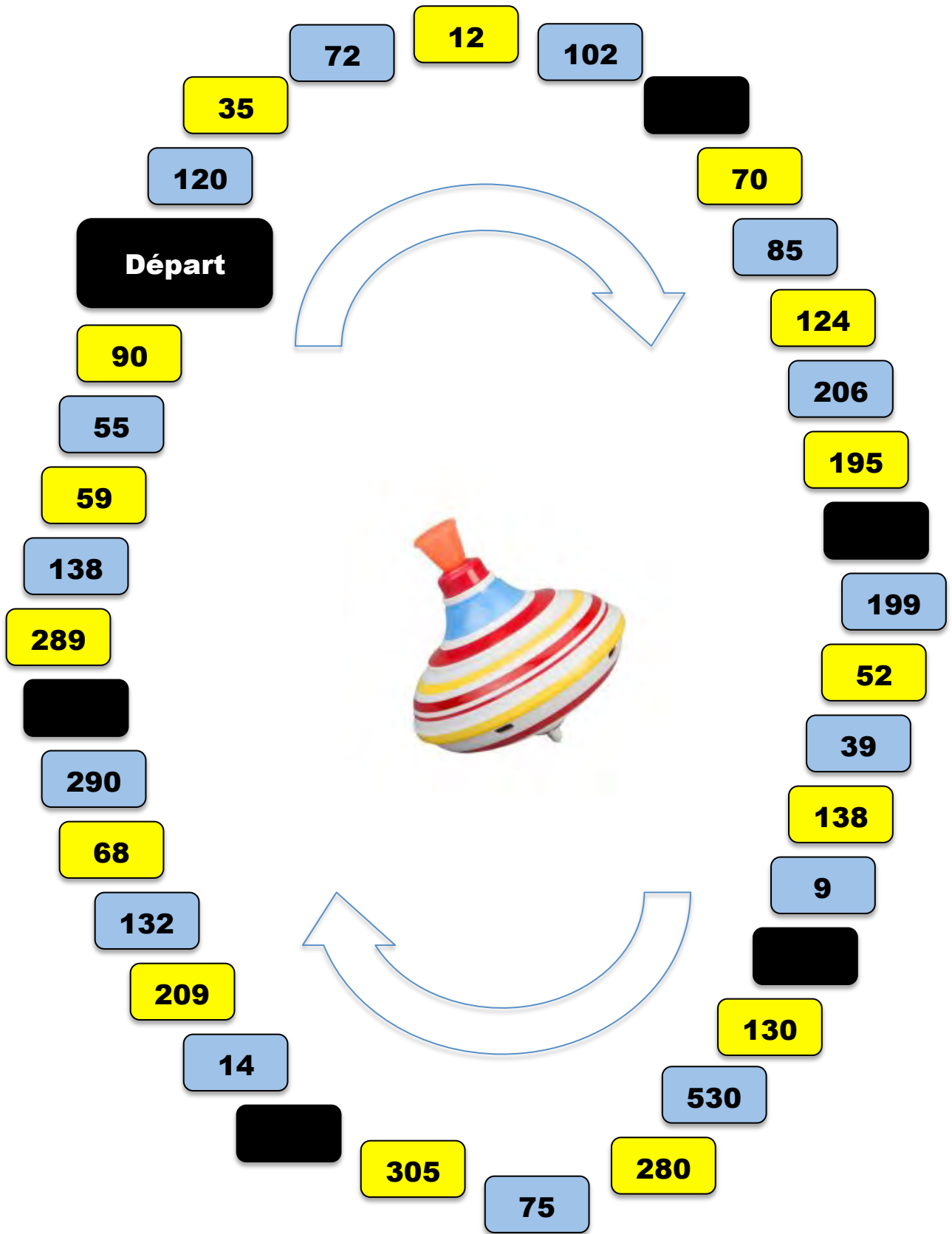


Le joueur ne donne rien.

Les cartes dans les sachets permettent de faire des échanges.

Le jeu s'arrête quand l'enseignant donne le signal.

Le gagnant est celui qui a le plus de points.



Le joueur doit donner au joueur suivant (à sa gauche) **exactement** le nombre de points indiqué dans la case.



Le joueur doit donner au joueur précédent (à sa droite) **exactement** le nombre de points indiqué dans la case.



Le joueur ne donne rien.

1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité
1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité	1 unité

1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine
1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine	1 dizaine

1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine
1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine
1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine	1 centaine
1 unité	1 unité	1 dizaine	1 dizaine	1 centaine	1 centaine